



FICHE M14 : Partages

Partager une grandeur, c'est la diviser en un nombre de parts égales ou inégales.

Partages égaux R130

Pour partager une grandeur en x parts égales, on la divise par x .

Franck partage son sac de pommes avec ses amis Tom et Cat. Le sac contient 36 pommes. La part de chacun est : 36 divisé par 3 = 12 pommes.

Partages inégaux R131

Les modalités du partage peuvent être indiquées par :

- des fractions : Franck reçoit $\frac{3}{5}$ du sac, Tom et Cat $\frac{1}{5}$ du sac chacun (voir chapitre sur les fractions).
- Des pourcentages : Franck reçoit 60 % des pommes, Tom et Cat 20 % chacun (voir chapitre sur les pourcentages).
- Une différence entre les parts : Franck reçoit 6 pommes de plus que Tom et Cat.

Si Franck reçoit 6 pommes de plus, il reste $36-6=30$ pommes à partager en 3 parts égales. La part de Tom est de $30/3 = 10$ pommes ; la part de Cat est de $30/3=10$ pommes. La part de Franck est de $30/3 +6= 10+6=16$ pommes.

Partage quand une part est supérieure à l'autre.

Pour partager une grandeur G en 2 parts inégales dont on connaît la différence d , on retranche d à G puis on divise le résultat par 2. La valeur obtenue correspond à la plus petite part.

Tom et Cat se partagent les 1200 € de leurs gains à la loterie. Cat reçoit 200 € de plus que Tom.
 $1200-200=1000$. La plus petite part, celle de Tom = $1000/2 = 500$. La part de Cat = $500 +200 =700$.

Partages proportionnels à une grandeur R132

Rappel de la règle R121: Si deux nombres a et b sont proportionnels à deux nombres A et B alors $\frac{a}{A} = \frac{b}{B}$ avec A et $B \neq 0$.

Pour partager une grandeur G en 3 parts P_1, P_2, P_3 proportionnellement à une grandeur ayant comme valeurs a, b et c :

- on écrit l'égalité des rapports (règle R) : $\frac{P_1}{a} = \frac{P_2}{b} = \frac{P_3}{c} = \frac{P_1+P_2+P_3}{a+b+c} = \frac{G}{a+b+c}$
- on calcule les parts P_1, P_2 et P_3 en appliquant la règle des produits en croix.

Applications

- Le capitaine d'un navire-pirate partage le butin (2520 kg d'épices) avec ses trois officiers. Chacun recevra une quantité d'épices proportionnellement à son poids. Les poids respectifs des trois flibustiers sont 70 kg, 65 kg et 75 kg. Quel poids d'épices recevra chacun ?

Soit P_1 la part du flibustier de 70 kg

Soit P_2 la part du flibustier de 65 kg

Soit P_3 la part du flibustier de 75 kg.

D'après la règle R on peut écrire : $\frac{P_1}{70} = \frac{P_2}{65} = \frac{P_3}{75}$; D'autre part on sait que $P_1 + P_2 + P_3 = 2520$

$$\frac{P1}{70} + \frac{P2}{65} + \frac{P3}{75} = \frac{P1+P2+P3}{70+65+75} = \frac{2520}{210} = \frac{P1}{70} = \frac{P2}{65} = \frac{P3}{75}; \text{ le rapport est constant.}$$

Appliquons la règle des produits en croix :

$$\frac{P1}{70} = \frac{2520}{210}; \frac{P2}{65} = \frac{2520}{210}; \frac{P3}{75} = \frac{2520}{210}$$

$$P1 = (2520 \times 70) : 210; P2 = (2520 \times 65) : 210; \\ P3 = (2520 \times 75) : 210 \\ P1 = 840 \text{ kg}; P2 = 780 \text{ kg}; P3 = 900 \text{ kg}$$

Autre méthode.

Le poids total des trois flibustiers est de 210 Kg. (70 + 65 + 75).

Le butin total : 2520 kg

$$P1 = \frac{\text{poids du flibustier 1}}{\text{poids total}} \times 2520 = \frac{70}{210} \times 2520 = 840$$

$$P2 = \frac{\text{poids du flibustier 2}}{\text{poids total}} \times 2520 = \frac{65}{210} \times 2520 = 780$$

$$P3 = \frac{\text{poids du flibustier 3}}{\text{poids total}} \times 2520 = \frac{75}{210} \times 2520 = 900$$

Autre méthode.

Le total du butin (2520 kg d'épices) correspond au poids total des flibustiers (70+65+75=210 kg). Quel poids d'épices correspond à 1 kg « de pirate » ? Si 210 kg « de pirate » correspondent à 2520 kg d'épices alors 1 kg « de pirate » correspond à 210 fois moins (2520 : 210 = 12 kg d'épices). Il suffit de multiplier le poids de chaque flibustier par 12 pour connaître le poids de son butin.

Autre méthode

	Flibustier 1	Flibustier 2	Flibustier 3	total
poids	70	65	75	210
butin	70 x 12	65 x 12	75 x 12	2520

On cherche le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de 210 à 2520. Il est égal à 2520 divisé par 210 = 12.

Partages proportionnels à deux grandeurs R133

Revenons à notre capitaine de bateau pirate. Il s'est ravisé et a décidé d'inclure un nouveau paramètre pour effectuer le partage. Il se fera sur les mêmes bases que précédemment, mais le partage sera aussi proportionnel à la longueur de la balafre que chacun des flibustiers arbore sur son visage. On a 10 cm pour le premier, 5 cm pour le deuxième et 15 cm pour le troisième. On ne tiendra pas compte de la partie décimale pour chaque résultat.

Ici intervient une nouvelle règle :

Si des nombres sont proportionnels à deux grandeurs, alors ils sont proportionnels au produit de ces grandeurs.

La part de chaque pirate est proportionnelle au produit de son poids par la longueur de sa balafre.

$$\text{Flibustier 1 : } 70 \times 10 = 700$$

$$\text{Flibustier 2 : } 65 \times 5 = 325$$

$$\text{Flibustier 3 : } 75 \times 15 = 1125$$

$$\text{Total : } 700 + 325 + 1125 = 2150$$

$$P1 = \frac{700}{2150} \times 2520 \approx 820; P2 = \frac{325}{2150} \times 2520 \approx 380; P3 = \frac{1125}{2150} \times 2520 \approx 1318$$

Partages proportionnels à une grandeur et inversement proportionnels à une autre grandeur R134

Revenons à nouveau à notre capitaine de bateau pirate. Cet homme ne sait vraiment pas ce qu'il veut ! Il reprend les principes du partage précédent mais cette fois il sera inversement proportionnel à la longueur de la balafre.

Le partage sera donc proportionnel au poids de chaque pirate et inversement proportionnel à la longueur de sa balafre.

Ce qui signifie que la part de chaque pirate est proportionnelle au produit de son poids par **l'inverse** de la longueur de sa balafre.

Inverse de 10 = $\frac{1}{10}$; inverse de 5 = $\frac{1}{5}$; inverse de 15 = $\frac{1}{15}$

Flibustier 1 : partage proportionnel à 70 et $\frac{1}{10}$ soit $70 \times \frac{1}{10} = 7$

Flibustier 2 : partage proportionnel à 65 et $\frac{1}{5}$ soit $65 \times \frac{1}{5} = 13$

Flibustier 3 : partage proportionnel à 75 et $\frac{1}{15}$ soit $75 \times \frac{1}{15} = 5$

Total : $7 + 13 + 5 = 25$

Le premier reçoit les $\frac{7}{25}$ du butin, le deuxième les $\frac{13}{25}$ et le dernier les $\frac{5}{25}$.

$$P1 = \frac{7}{25} \times 2520 \approx 705 ; P2 = \frac{13}{25} \times 2520 \approx 1310 ; P3 = \frac{5}{25} \times 2520 \approx 504$$

Cas particuliers des intervalles et des partages de longueur R136

Dans un problème de partage d'une longueur, les questions posées concernent souvent le nombre d'intervalles ou le nombre d'objets qui matérialise les intervalles. Il est important de bien lire l'énoncé afin de ne pas faire d'erreurs.

Exemples de problèmes :

- Sur toute la longueur d'un chemin de 200 m, on plante un piquet tous les 20 mètres. Un piquet est planté à chaque extrémité. Combien de piquets sont nécessaires ?

Un dessin est souvent utile pour visualiser les données du problème.

Dans ce problème la ligne est **ouverte** ; les deux extrémités de la longueur sont distinctes.

Dessignons une ligne



Plantons des piquets à chaque extrémité et à intervalles réguliers.



On remarque que le **nombre de piquets est égal au nombre d'intervalles + 1.**

Le nombre d'intervalles = $200/20 = 10$

Le nombre de piquets = $10 + 1 = 11$

Si dans le problème il était précisé qu'un piquet était planté à une seule extrémité.



Dans ce cas le nombre de piquets est **égal au nombre d'intervalles.**

Le nombre d'intervalles = $200/20 = 10$

Le nombre de piquets = 10

Si dans le problème il était précisé qu'on ne plantait aucun piquet aux extrémités.



Le nombre de piquets est égal au nombre d'intervalles **moins 1**.

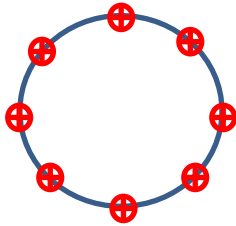
Le nombre d'intervalles = $200/20 = 10$

Le nombre de piquets = $10 - 1 = 9$

- Sur tout le périmètre (60m) d'un champ circulaire, on plante des poteaux espacés de 3 m. Combien de poteaux sont nécessaires ?

Dans ce problème, la ligne est **fermée**. Les deux extrémités sont confondues.

Dessinons un cercle et matérialisons des piquets par des ⊕



On remarque que le **nombre d'intervalles est égal au nombre de piquets**.

Nombre d'intervalles = $60/3 = 20$

Nombre de piquets = 20.

EXERCICES série 1

Exercice 1

M GLOP et M GLUP se partagent 300 ha de terre. M GLOP a 52 ha de plus que M GLUP. Quelle est l'aire de la part de chacun ?

Exercice 2

Marc et Antoine ont 55 ans à eux deux. Marc a 7 ans de plus qu'Antoine. Donner l'âge de Marc et d'Antoine. (Résoudre sans poser d'équation)

Exercice 3

GLOP, GLUP et GLOUP jouent ensemble à la loterie intergalactique toutes les semaines. La somme qu'ils parient se répartit ainsi : GLOP donne 6 spountchs, GLUP 5 spountchs et GLOUP 3 spountchs. Le gain étant proportionnel à la mise, calculer le gain de chacun s'ils gagnent 840 spountchs.

Exercice 4

Sur la route départementale reliant le village de Frometin à celui de St Barnabé, distants de 6 km, des bornes lumineuses ont été installées tous les 200 mètres. La première borne est placée à 60 mètres de la sortie de Fromentin.

Combien y a-t-il de bornes entre les 2 villages ?

A quelle distance de St Barnabé est placée la dernière borne ?

Exercice 5

M. GLOP a décidé de partager ses gains à la loterie intergalactique entre ses trois neveux. Les parts seront proportionnelles à 6 ; 8 et 11. Quelle est le montant de chaque part sachant que les gains sont évalués à 3200 spountchs ?

EXERCICES série 2

Exercice 1

Trois maçons spécialisés dans la rénovation ont travaillé sur le chantier d'un immeuble. Le premier a été présent 9 jours, le second 13 jours et le troisième 10 jours. Pour leur travail, l'entreprise a versé en tout une somme de 3120 euros. Quel montant chacun a-t-il perçu ?

Exercice 2

Trois enfants ont vendu des tickets de tombola pour la kermesse du village. Le prix d'un ticket est de 2 €.

- Le premier a vendu du ticket n° 2513 au ticket n° 2562.
- Le deuxième a vendu du ticket n° 2412 au ticket n° 2441.
- Le troisième a vendu un certain nombre de tickets, à partir du numéro 1550.

La somme récoltée par les 3 enfants est de 210 €. Quel est le numéro du dernier ticket vendu par le troisième enfant ?

Exercice 3

Un rond-point circulaire a un diamètre de 4,48 mètres. On plante sur son pourtour des arbustes espacés de 2 mètres. Combien d'arbustes seront nécessaires ?

Exercice 4

Soit le tableau suivant :

	Au départ	A l'arrivée
Compteur kilométrique	230 450	231 500
Indication jauge essence	80 litres	27,5 litres

Quelle est la consommation d'essence aux 100 km de la voiture ?

Exercice 5

En parcourant à vélo une route bordée par des arbres de chaque côté, GLOP a compté 112 arbres. Il y a un arbre à chaque extrémité de la route et l'espace entre chaque arbre est de 25 mètres. Quelle est la longueur de la route ?

CORRIGES série1

Exercice 1

M GLUP reçoit la plus petite part, soit $\frac{300-52}{2} = \frac{248}{2} = 124$ ha.

M GLOP reçoit $124 + 52 = 176$ ha.

Exercice 2

Antoine, le moins âgé a $\frac{55-7}{2} = \frac{48}{2} = 24$ ans.

Marc a $24 + 7 = 31$ ans.

Exercice 3

Soit G1 les gains de Glop ; il a misé 6 spountchs

Soit G2 les gains de Glup ; il a misé 5 spountchs

Soit G3 les gains de Gloop ; il a misé 3 spountchs

$$\frac{G1}{6} = \frac{G2}{5} = \frac{G3}{3} = \frac{G1+G2+G3}{6+5+3} = \frac{840}{14} = 60$$

Gains de Glop $\Rightarrow \frac{G1}{6} = 60 \Rightarrow G1 = 6 \times 60 = 360$ spountchs

Gains de Glup $\Rightarrow \frac{G2}{5} = 60 \Rightarrow G2 = 5 \times 60 = 300$ spountchs

Gains de Gloop $\Rightarrow \frac{G3}{3} = 60 \Rightarrow G3 = 3 \times 60 = 180$ spountchs

Exercice 4

La distance entre la première borne et St Barnabé = $6000 - 60 = 5940$ mètres.

Le nombre d'intervalles de 200 m compris dans 5940 m = $5940 : 200 = 29,7$ intervalles.

On a donc 29 intervalles **entiers** de 200 m ; il reste **0,7** intervalle.

Comme il y a une borne à chaque extrémité, le nombre de bornes est égal au nombre d'intervalles plus un (règle **R136**).

Il y a $29 + 1 = 30$ bornes.

La dernière borne est placée à $0,7 \times 200 = 140$ m du village de St Barnabé.

Exercice 5

La part de chaque neveu sera proportionnelle à 6, 8 et 11. Total : $6 + 8 + 11 = 25$.

Pour le premier on aura : $\frac{\text{part 1}}{6} = \frac{3200}{25} = 128 \Rightarrow \text{part 1} = 128 \times 6 = 768$ spountchs.

Pour le deuxième, on aura : $\frac{\text{part 2}}{8} = 128 \Rightarrow \text{part 2} = 128 \times 8 = 1024$ spountchs.

Pour le troisième, on aura : $\frac{\text{part 3}}{11} = 128 \Rightarrow \text{part 3} = 128 \times 11 = 1408$ spountchs.

Vérification : $1408 + 1024 + 768 = 3200$.

CORRIGES série2

Exercice 1

Nombre total de jours de travail = $9 + 13 + 10 = 32$

Prix d'une journée de travail = $3120/32 = 97,5$ €.

- Le premier a reçu $97,5 \times 9 = 877,5$ €
- Le deuxième a reçu $13 \times 97,5 = 1267,5$ €
- Le troisième a reçu $10 \times 97,5 = 975$ €.

Exercice 2

Attention : règle R136 - fiche M14 : « Le nombre de piquets est égal au nombre d'intervalles + 1 ».

Nombre de tickets de l'enfant 1 : $2562 - 2513 + 1 = 50$

Nombre de tickets de l'enfant 2 : $2441 - 2412 + 1 = 30$

À eux deux, ils ont vendu 80 tickets et récolté $80 \times 2 = 160$ €.

Le troisième enfant a récolté $210 - 160 = 50$ €. Il a vendu $50/2 = 25$ tickets.

Le dernier numéro est $1550 + 25 - 1 = 1574$.

Exercice 3

Périmètre du rond-point = $3,14 \times 4,48 = 14,0672$ soit 14 m.

R136 : la ligne étant fermée, le nombre d'arbustes est égal au nombre d'intervalles.

Nombre d'intervalles = $14/2 = 7$.

Il faudra 7 arbustes.

Exercice 4

	Au départ	A l'arrivée
Compteur kilométrique	230 450	231 500
Indication jauge essence	80 litres	27,5 litres

Nombre de km parcourus : $231\,500 - 230\,450 = 1050$.

Quantité d'essence consommée = $80 - 27,5 = 52,5$ l

Règle de trois :

$1050 \text{ km} \Rightarrow 52,5 \text{ l}$

$100 \text{ km} \Rightarrow Y \text{ l}$ avec $Y \times 1050 = 52,5 \times 100 \Rightarrow Y = 52\,500/1050 = 5$ litres

Consommation : $5 \text{ l}/100$.

Exercice 5

Nombre d'arbres sur un seul côté : $112 / 2 = 56$

Nombre d'intervalles = $56 - 1 = 55$. (voire règle R136)

Longueur de la route = $55 \times 25 = 1375$ mètres.